Test de Langage Mathématiques L1en2ans Aix-Montperrin

La réussite passe par l'effort.

Exercice 1 *Soit E un ensemble non vide et $\mathcal{R}$ une relation binaire sur E.*

1. (a) *Définir $\mathcal{R}$ est réflexif.*
   (b) *Donner ça négation.*
2. (a) *Définir $\mathcal{R}$ est Symétrique.*
   (b) *Donner ça négation.*
3. (a) *Définir $\mathcal{R}$ est antisymétrique.*
   (b) *Donner ça négation.*
4. (a) *Définir $\mathcal{R}$ est transitive.*
   (b) *Donner ça négation.*
5. *Que signifie $\mathcal{R}$ est une relation d'ordre et quand dit-on qu'elle est totale.*

Exercice 2

1. *Soient E un ensemble et $\alpha \in E$. Dire si la relation binaire suivante sur $\mathcal{P}(E)$ est une relation d'ordre :*

$$A\mathcal{R}B \iff \alpha \in A \cup \mathbf{C}_E B.$$

2. *Dans $\mathbb{R}$, dites si la relation binaire $x\mathcal{R}y \iff x - y \in \mathbb{N}$ est une relation d'ordre.*

Exercice 3 *On définit une rélation binaire $\lesssim$ sur $\mathbb{R}_+^*$ par*

$$x \lesssim y \Leftrightarrow \exists n \in \mathbb{N},\, y = x^n.$$

Montrer que $\lesssim$ est une relation d'ordre. Cet ordre est il total.

Exercice 4 *Soit $\mathcal{R}$ une relation binaire sur E. Le but de cet exercice est de montrer que $\mathcal{R}$ est symétrique et antisymétrique si et seulement si c'est un sous ensemble de la relation d'égalité.*
Soient $\Gamma_R := \{(x, y) \in E \times E,\, x\mathcal{R}y\}$ et $\Gamma_= := \{(x, y) \in E \times E,\, x = y\}$. Γ_R et $\Gamma_=$ désignent les graphes respectifs de $\mathcal{R}$ et de la relation $=$.

1. *On suppose que $\mathcal{R}$ est symétrique et antisymétrique. Montrer que $\Gamma_R \subset \Gamma_=$ et conclure.*
2. *On suppose que $\Gamma_R \subset \Gamma_=$. Montrer que $\mathcal{R}$ est symétrique et antisymétrique, puis conclure.*