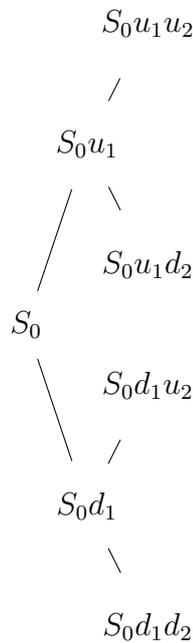


Test de mathématiques Financière : 1h

La réussite passe par un effort constant.

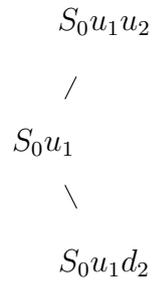
Exercice 1 On considère un marché à deux périodes avec un actif non-risqué $M_0 = 1$ et un actif risqué $S_0 = 100$. On a $u_1 = 1.1$ et $d_1 = 0.95$ pour la première étape, et $u_2 = 1.05$ et $d_2 = 0.9$ pour la deuxième étape. On prendra $r = 0$.

1. (a) Combien y-a-t-il de valeurs finales possibles pour l'actif risqué à $t = 2$?
(b) Combien y-aurait-t-il de valeurs possibles si on étudiait un modèle à n étapes.
2. On déduit donc le graphe suivant :

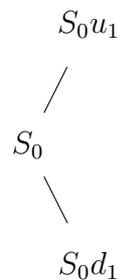


Le but de cette question est de calculer le prix du Call C_0 à la monnaie en $t = 0$.

- (a) Calculer les prix du Call à $t = 2$: $C_2^{u_1 u_2}$, $C_2^{u_1 d_2}$, $C_2^{d_1 u_2}$ et $C_2^{d_1 d_2}$.
- (b) Calculer la probabilité risque neutre $(p_2, 1 - p_2)$ à la deuxième étape. On considèrera le triangle suivant :



- (c) Déduire le prix du Call à $t = 1$: $C_1^{u_1}$ et $C_1^{d_1}$.
- (d) Calculer la probabilité risque neutre $(p_1, 1 - p_1)$ à la première étape. On consid  rera le triangle suivant :



- (e) Déduire C_0 .

Exercice 2 On considère un marché à 3 périodes avec un actif non-risqué $M_0 = 1$ et deux actifs risqués S tel que :

- $S_0^1 = 10$, $S_1^{1u} = 15$ et $S_1^{1d} = 12$, $S_2^{1uu} = 22$, $S_2^{1ud} = 17$ et $S_2^{1dd} = 12$.
- $S_0^2 = 5$, $S_1^{2u} = 7$ et $S_1^{2d} = 6$, $S_2^{2uu} = 9$, $S_2^{2ud} = 8$ et $S_2^{2dd} = 6$.

On suppose que $r = 0.25$. Préciser si le marché décrit ici présente un arbitrage possible ? Si oui donner une stratégie d'arbitrage.